

B. Sc I [Mathematics]
 Paper I [Algebra & 2-D]
UNIT-1

(1)

Section A

1. अभिजातिकांक बहुपद को परिभाषित कीजिए [Define Characteristic polynomial]
2. अभिजातिकांक मूल एवं सदिश को परिभाषित कीजिए [Define Characteristic eq roots & vectors]
3. $\frac{951}{802}$ को विस्तारित भिन्न में रूपान्तरित कीजिए [Convert $\frac{951}{802}$ into Continued fraction]
4. $\sqrt{10}$ को विस्तारित भिन्न में रूपान्तरित कीजिए [Convert $\sqrt{10}$ into Continued fraction]
5. सिद्ध कीजिए $(1-a_1)(1-a_2) > 1-(a_1+a_2)$ जहाँ a_1, a_2 कोई धनात्मक संख्याएँ हैं
 Prove that where a_1, a_2 are positive integer
6. सिद्ध कीजिए (Prove that) $a^3+b^3+c^3 > 3abc$ जहाँ a, b, c धनात्मक संख्याएँ हैं
7. xyz का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
 Find the maximum value of xyz when $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
8. यदि x का मान -6 तथा 8 के मध्य में हो, तो $(8-x)^3(x+6)^4$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए
 If x lies between -6 & 8 find the maximum value of $(8-x)^3(x+6)^4$
9. सिद्ध कीजिए (Prove that) $a^5+b^5+c^5 > abc(a^2+b^2+c^2)$
10. $8(1^3+2^3+\dots+n^3) > n^2\left\{\frac{1}{2}(n+1)\right\}^m$

Section B

1. सिद्ध कीजिए (Prove that) $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c} < a^a b^b c^c < \left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}\right)^{a+b+c}$
 जहाँ (where) a, b, c धनात्मक संख्याएँ हैं (are positive integer)
2. यदि $(n \neq 1)$ $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ जब सिद्ध कीजिए (then prove that)
 $\frac{S}{S-a_1} + \frac{S}{S-a_2} + \dots + \frac{S}{S-a_n} > \frac{n^2}{n-1}$
3. सिद्ध कीजिए (Prove that) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < \frac{x^8+y^8+z^8}{x^3y^3z^3}$
4. $(a+b+c+d)(a^3+b^3+c^3+d^3) > (a^2+b^2+c^2+d^2)^2$
5. यदि (I) $x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \dots$ तथा (II) $y = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \dots$ सिद्ध कीजिए $x-y = \frac{b-a}{1+ab}$
6. सिद्ध कीजिए $(a + \frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+a} + \dots)(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+a} + \dots) = \frac{a}{b}$
7. यदि p_n/q_n किसी निरंतर भिन्न का n वाँ अंश है तो सिद्ध कीजिए $p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n = (-1)^n$
 If p_n/q_n be the n th convergent to a continued fraction then prove that $p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n = (-1)^n$
8. यदि निरंतर भिन्न में $V_n = \frac{p_n}{q_n}$ जब सिद्ध कीजिए (In the continued fraction if $V_n = \frac{p_n}{q_n}$) show that
 $\frac{(V_{n+1} - V_n)(V_{n-1} - V_{n-2})}{(V_n - V_{n-1})(V_n - V_{n-2})} + \frac{1}{q_n q_{n-1}} = 0$

Section C

Q1 निर्धारक मॅट्रिक्स के आनिदासित मूल (eigenvalues) खोजिए।
 Determine the eigenvalues and eigenvector of Matrix A where

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Q2

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Q3

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Q4 Cayley-Hamilton Theorem (अनुसंधान करें)

Q5 Find Inverse Matrix Using Cayley-Hamilton theorem
 चयनित मॅट्रिक्स, उन एनिदासित मूलों का प्रयोग करके व्युत्क्रमित करें

(i) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ (ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

Q6 निर्धारक मॅट्रिक्स A के लिये उन एनिदासित मूलों की प्रयोग करके
 जहाँ $2A^8 - 3A^5 + A^4 + A^2 - 4I$ की शक्ति खोजिए।

Verify Cayley-Hamilton theorem for the following Matrix A &
 compute $2A^8 - 3A^5 + A^4 + A^2 - 4I$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

B.Sc I (Paper I) Algebra & 2-D.

UNIT-2

(2)

Section A

1. परिमेय गुणांक वाला वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल $\sqrt{3} + \sqrt{-2}$ हो।
Find the equation with rational coefficient, one of whose root is $\sqrt{3} + \sqrt{-2}$.
2. परिमेय गुणांक वाला चतुर्थ घात का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल $\sqrt{2} + \sqrt{-3}$ हो।
Find the biquadratic Eqⁿ with rational coefficient, one of whose root is $\sqrt{2} + \sqrt{-3}$.
3. घन-समीकरण जिसका समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के मूल ज्ञात करने में हैं।
Find the condition so that the cubic equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ have its roots in G.P.
4. समीकरण $2x^3 - x^2 - 22x - 24 = 0$ दो हल कीजिए, जिनके मूलों का अनुपात 3:4 है।
Solve the equation $2x^3 - x^2 - 22x - 24 = 0$ two roots being in the ratio 3:4.
5. यदि समीकरण $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ के दो मूलों का योग शून्य हो, तो समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।
If sum of two roots of the equation $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ is zero, then find the solution of the equation.
6. घन-समीकरण जिसका समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के मूल ज्ञात करने में हैं।
Find the condition so that the cubic equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ have its roots in A.P.
7. समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल समीकरण $x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 8 = 0$ के मूलों के विपरीत चिह्न हों।
Find the equation whose roots are of opposite sign of that of the eqⁿ's $x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 8 = 0$.
8. समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल समीकरण $x^3 - x^2 + x + 1 = 0$ के मूलों के तीन गुणा हों।
Find the equation whose roots are three times that of the roots of the eqⁿ's $x^3 - x^2 + x + 1 = 0$.
9. समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके प्रत्येक मूल समीकरण $x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 0$ के मूलों से 2 कम हों।
Find the equation whose each root is less by 2 than the roots of the eqⁿ's $x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 0$.
10. देकार्ट नियम लिखिए। Write Descartes Rule of sign.
समीकरण $x^4 - 8x^3 + x^2 - x + 3 = 0$ को ऐसे समीकरण में रूपान्तरित कीजिए जिसमें द्वितीय शब्द का अभाव हो। Transform the equation $x^4 - 8x^3 + x^2 - x + 3 = 0$ into one in which the second term is absent.

Part B

1. प्रदर्शित समीकरण को सिद्ध करें (Show that the equation)

$$\frac{A^2}{x-a} + \frac{B^2}{x-b} + \frac{C^2}{x-c} + \dots + \frac{L^2}{x-l} = 2-m$$

जहाँ a, b, c, \dots, l सभी एक-दूसरे से भिन्न हैं। [Cannot have imaginary roots, where a, b, c, \dots, l are all different from each other]

2. यदि चतुर्थ-घात समीकरण को सिद्ध करें $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ जहाँ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

समस्या $\alpha + \delta = \beta + \gamma$ से संबंधित है।

Find the condition that the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ should have its roots α, β, γ & δ connected by the relation $\beta + \gamma = \alpha + \delta$.

3. समीकरण $27x^4 - 195x^3 + 494x^2 - 520x + 192 = 0$ को हल करें, जहाँ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ हैं।

Solve the equation $27x^4 - 195x^3 + 494x^2 - 520x + 192 = 0$ having given that the roots are in G.P.

4. यदि समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के दो मूलों का योग शून्य हो, तो सिद्ध करें कि $r^2 + p^2s = pq^2$

If sum of two roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ is equal to zero then show that $r^2 + p^2s = pq^2$

5. यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो निम्न सममितीय फलनों के मान ज्ञात करें [If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ find the value of the following symmetric function]

(i) $\sum \alpha^2$ (ii) $\sum \alpha^2\beta$ (iii) $\sum \alpha^2\beta^2$ (iv) $\sum \frac{1}{\alpha\beta}$ (v) $\sum \alpha^3\beta^3$ (vi) $\sum \alpha^3\beta^2$

6. यदि α, β, γ & δ समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के मूल हैं, तो निम्न सममितीय फलनों के मान ज्ञात करें [If α, β, γ & δ be the roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ find the value of the following symmetric roots]

(i) $\sum \alpha^4$ (ii) $\sum \alpha^2\beta$ (iii) $\sum (\alpha - \beta)^2$ (iv) $\sum \frac{\alpha}{\beta^2}$

(7) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो $\sum \frac{2\beta\gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - \alpha}$ का मान ज्ञात करें [If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + qx + r = 0$ find the value of $\sum \frac{2\beta\gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - \alpha}$]

8) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो $(\beta + \gamma - \alpha)^3 + (\gamma + \alpha - \beta)^3 + (\alpha + \beta - \gamma)^3$ का मान ज्ञात करें [If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ find the value of $(\beta + \gamma - \alpha)^3 + (\gamma + \alpha - \beta)^3 + (\alpha + \beta - \gamma)^3$]

9) यदि समीकरण $ax^3 + cx + d = 0$ के मूल α, β, γ हैं तो $\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5$ का मान ज्ञात करें [If α, β, γ are the roots of equation $ax^3 + cx + d = 0$ then find the value $\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5$]

10) यदि $\alpha + \beta + \gamma = 1$, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 2$, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3$ तो $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$ का मान ज्ञात करें

Part C

(3)

1. निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए (Solve the eq^s by Cardan's Method)

(i) $x^3 - 12x - 65 = 0$

(ii) $x^3 - 18x - 35 = 0$

(iii) $x^3 - 15x - 126 = 0$

(iv) $9x^3 + 6x^2 - 1 = 0$

(v) $x^3 - 15x^2 - 33x + 847 = 0$

(vi) $35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$

(vii) $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$

2. निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए (Solve the eq^s by Ferrari's Method)

1. $x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 24x + 15 = 0$

2. $x^4 - 3x^2 - 6x - 2 = 0$

3. $x^4 + 12x - 5 = 0$

4. $x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 4 = 0$

UNIT 3

~~Part~~ Section A

1. अभिसारी तथा अपसारी श्रेणी को परिभाषित कीजिए।
Define Convergent and divergent series.
2. दोलायमान श्रेणी को परिभाषित कीजिए।
Define Oscillating series.
3. श्रेणी के तुलना परीक्षण लिखिए। Write the Comparison Test.
4. हारमोनिक श्रेणी का परीक्षण लिखिए [write test for Harmonic series]
5. कोशी का मूल परीक्षण लिखिए [write Cauchy's Root test]
6. दालेम्बर का अनुपात परीक्षण लिखिए [D'Alembert's Ratio Test]
7. लघुगुणकीय अनुपात परीक्षण लिखिए [write Logarithmic Ratio Test]
8. राबे परीक्षण का उदाहरण लिखिए। [write Raabe's Test]
9. डी. मायान एवं अँट्रॉय परीक्षण लिखिए [write De'Morgan & Petro]
10. गॉस परीक्षण का उदाहरण लिखिए [write Gauss Test]
11. कोशी संघनन परीक्षण का उदाहरण लिखिए [write Cauchy's Condensation Test]
12. एडांर श्रेणी के लिए लेबान्त परीक्षण का उदाहरण लिखिए [write Leibnitz Test]

Part B

1. कोशी मूल परीक्षण

$$1. \sum \left(\frac{n \cdot x}{n+1}\right)^n \quad 2. \sum \left\{ \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+1} - \frac{n+1}{n} \right\}^{-n}$$

$$3. \frac{2}{12} x + \frac{3^2}{2^3} x^2 + \frac{4^3}{3^4} x^3 + \dots$$

2. तुलना परीक्षण एवं हारमोनिक श्रेणी

$$1. \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{3} + \dots$$

$$2. \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$3. \sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3}$$

$$4. \sqrt{n^2+1} - n$$

3. दशमिक वल अनुपात परीक्षण एवं लघुगोलीय परीक्षण

De Moivre's Ratio Test and Logarithmic Ratio Test

1. $\frac{1}{1^p} + \frac{1}{3^p} x + \frac{1}{5^p} x^2 + \dots + \frac{x^n}{(2n+1)^p} + \dots$

2. $1 + \frac{2x}{1^2} + \frac{3^2 x^2}{1^3} + \frac{4^3 x^3}{1^4} + \dots$

3. $\frac{2x}{1^3} + \frac{3x^2}{2^3} + \frac{4x^3}{3^3} + \dots$

4. Raabe's Test (रैबे परीक्षण)

1. $1 + \frac{3}{7} x + \frac{3 \cdot 6}{7 \cdot 10} x^2 + \frac{3 \cdot 6 \cdot 9}{7 \cdot 10 \cdot 13} x^3 + \dots$

2. $x^2 (\log 2)^1 + x^2 (\log 3)^4 + x^4 (\log 4)^2 + \dots$

3. $\frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} x + \frac{4 \cdot 5}{2 \cdot 3} x^2 + \frac{5 \cdot 6}{3 \cdot 4} x^3 + \dots$

4. $1 + \frac{1}{2} x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^2 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \dots$

5. $\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} x + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} x^2 + \dots$

6. $\frac{1^2}{4^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2}{4^2 \cdot 8^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2 \cdot 9^2}{4^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2 \cdot 9^2 \cdot 13^2}{4^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2 \cdot 16^2} x + \dots$

5. डी.मोर्गन एवं बेसंड परीक्षण [De Morgan & Bertrand's Test]

1. $1 - \frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 8^2} + \dots$

2. $\sum \left\{ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \right\}^2 \left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$

6. Cauchy's Condensation Test (कॉची संघनन परीक्षण)

1. $\frac{(\log 2)^2}{2^2} + \frac{(\log 3)^2}{3^2} + \frac{(\log 4)^2}{4^2} + \dots + \frac{(\log n)^2}{n^2} + \dots$

2. $\frac{1}{2(\log 2)} + \frac{1}{3(\log 3)} + \frac{1}{4(\log 4)} + \dots + \frac{1}{n(\log n)}$

7. Gauss Test

1. $\frac{a}{b} + \frac{a(a+1)}{b(b+1)} + \frac{a(a+1)(a+2)}{b(b+1)(b+2)} + \dots$

2. $1 + \frac{a \cdot b}{1 \cdot c} x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{1 \cdot 2 \cdot c \cdot c+1} x^2 + \dots$

UNIT-4 paper I B.Sc I.

PART-A

1. सरल रेखा का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए [Find the Polar Eq's of line]
2. त्रिभुज का क्षेत्रफल ध्रुवीय रूप में लिखिए [Write Area of triangle in Polar form]
3. वृत्त का ध्रुवीय दिक्शांकी के सामान्य समीकरण ज्ञात कीजिए -
Find the general Equation of a Circle in Polar Co-ordinate.
4. शीर्षक का ध्रुवी समीकरण ज्ञात कीजिए [Find Polar Eq's of Conic]
5. सहायक वृत्त को परिभाषित कीजिए [Define Auxiliary Circle]
6. नियामक गोले को परिभाषित कीजिए [Define Director Circle]
7. शीर्षक $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ के लिए बिन्दु P(r) पर स्पर्शी रेखा का समीकरण लिखिए
Write the eq's of Tangent for conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ at Point P(r)
8. शीर्षक $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली जीवा का ध्रुवी समीकरण लिखिए।
Write the Eq's of chord in Polar form which joining the two Points of Conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$
9. शीर्षक $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ की नियामक का ध्रुवी समीकरण ज्ञात कीजिए
Find the polar equation of the directorix of the conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$
10. शीर्षक पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली जीवा का ध्रुवी समीकरण लिखिए
Write the Polar Eq's of chord of conic which joining the two point of conic.
11. शीर्षक $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ के अतल स्पर्शी का समीकरण लिखिए।
Write the Eq's of Asymptotes of Conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$

Part B

1. सिद्ध कीजिए कि रेखा $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ शीर्ष $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ को स्पर्श करेगी यदि
 Prove that the line $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ will touch the conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$
 if (यदि) $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

2. वह प्रतिबन्ध प्राप्त कीजिए जबकि सरल रेखा $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ वृत्त $r = 2a \cos \theta$
 को स्पर्श करे। Find the condition that the straight line $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$
 may touch the circle $r = 2a \cos \theta$.

3. प्रतिबन्ध प्राप्त कीजिए जबकि सरल रेखा $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ शीर्ष $\frac{1}{r} = 1 + e \cos(\theta - \alpha)$
 को स्पर्श करती है।
 Find the condition so that the straight line $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$
 may touch the conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos(\theta - \alpha)$

4. प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ तथा $\frac{1}{r} = -1 + e \cos \theta$ एक ही शीर्ष
 को निरूपित करते हैं।
 Show that the equation $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ तथा $\frac{1}{r} = -1 + e \cos \theta$ represent
 the same conic.

5. सिद्ध कीजिए कि किसी शीर्ष में किसी दो लम्बवृत्त-परस्पर लम्बवृत्त-जोड़ों के अन्तर्गत
 In any conic Prove that sum of the reciprocal of two perpendicular focal-
 chord is constant.

6. एक शीर्ष-की-दीर्घ PS , शीर्ष S पर समकोण अन्तर्गत अन्तर्गत शीर्ष-की-दीर्घ
 की अन्तर्गत e , अर्ध-लम्ब-दीर्घ L हो तो सिद्ध कीजिए
 A chord PS of a conic subtends a right angle at the focus S . If e be
 the eccentricity L be the semi latus rectum Prove that

$$\left(\frac{1}{SP} - \frac{1}{L}\right)^2 + \left(\frac{1}{SQ} - \frac{1}{L}\right)^2 = \frac{e^2}{L^2}$$

7. यदि $PS P'$ तथा $QS Q'$ किसी शीर्ष-की दो लम्बवृत्त-परस्पर लम्बवृत्त-जोड़ों
 सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{PS \cdot P'S} + \frac{1}{QS \cdot Q'S}$ अन्तर्गत

If $PS P'$ & $QS Q'$ are two perpendicular focal chords of a conic
 Prove that $\frac{1}{PS \cdot P'S} + \frac{1}{QS \cdot Q'S}$ is constant.

8. यदि दीर्घवृत्त की दो जीवाएँ PSQ तथा $PS'R$ हैं जो नाभियाँ S तथा S' से गुजरती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{SP}{SQ} + \frac{PS'}{RS'}$, P की स्थिति पर निर्भर नहीं करता है।
 If PSQ and $PS'R$ be the two chords of an ellipse through the focus S & S' prove that $\frac{SP}{SQ} + \frac{PS'}{RS'}$ is independent of the position of P .

Part C.

1. शीर्ष पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली जीवा का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।
Find the Polar Eq^s of the chord joining two points on a conic.
2. शीर्ष के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।
Find the polar equation of the tangent at any point of a conic.
3. शीर्ष $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ के अक्ष स्पर्श रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए।
Find the eq^s of Asymptotes of conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$.
4. सिद्ध कीजिए कि शीर्ष $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ की नाभि से स्पर्श रेखा पर गले गए लम्ब के पाद का बिन्दु $r^2(e^2 - 1) - 2ler \cos \theta + l^2 = 0$ है। (जब $e = 1$ हो तब स्थिति कावर्णन कीजिए।)
Prove that the equation to the locus of the foot of the perpendicular from focus of the conic $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ on a tangent to it is $r^2(e^2 - 1) - 2ler \cos \theta + l^2 = 0$. Discuss the case when $e = 1$.
5. सिद्ध कीजिए कि शीर्ष $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta$ तथा $\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha)$ एक-दूसरे को स्पर्श करेंगे यदि (Prove that the two conic $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta$ & $\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha)$ will touch one another if.

$$l_1^2 [1 - e_2^2] + l_2^2 [1 - e_1^2] = 2l_1 l_2 [1 - e_1 e_2 \cos \alpha]$$
)
6. सिद्ध कीजिए कि शीर्ष $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के नियामक वृत्त का समीकरण $r^2(1 - e^2) + 2ler \cos \theta - 2l^2 = 0$ है।
Prove that the eq^s of the Director circle of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ is $r^2(1 - e^2) + 2ler \cos \theta - 2l^2 = 0$

Q.7 प्रदर्शित कीजिए कि परवलय $\frac{l}{r} = 1 + \cos\theta$ पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं जो एक-दूसरे को नियत कोण α पर काटती हैं के प्रतिच्छेदन बिन्दु का बिन्दुपथ कि आविपरवलय $\frac{l}{r} = \cos\alpha + \cos\theta$ होता है!

Show that the locus of the point of intersection of two tangents to the ~~parallel~~ parabola $\frac{l}{r} = 1 + \cos\theta$ which cut each other at a constant angle α is the hyperbola $\frac{l}{r} = \cos\alpha + \cos\theta$

Q.8 शीर्ष $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब का समभ्रमण प्राप्त कीजिए।
Find the equation of the Normal at any point of a conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$

Q.9 बिन्दु $P(r_1, \theta_1)$ से शीर्ष $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ पर खींची गई स्पर्श रेखा की स्पर्श जीवा का समभ्रमण प्राप्त कीजिए।
Find the polar equation of the chord of contact of tangent drawn from the point $P(r_1, \theta_1)$ to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$.

Q.10 शीर्ष $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ के नाभिलम्ब के एक सिरे L पर अभिलम्ब गुण: शीर्ष से बिन्दु O पर मिलता है प्रदर्शित कीजिए कि
$$SQ = l \frac{(1+3e^2+e^4)}{(1+e^2-e^4)}$$

UNIT-5 paper I B.Sc I

Part A

समीकरण $13x^2 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 2 = 0$ को निम्नलिखित के रूप में
What conic does equation $13x^2 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 2 = 0$ represent?

शक्ति $2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$ की अक्षों की लंबाई और समीकरणों
Find the lengths and equation of the axes of the conic

$2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$

शक्ति $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ के नाभि, उत्केंद्रता तथा
नाभिलम्ब की लंबाई बताइए।
Find the focus, eccentricity and length of Latus rectum of conic

$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$

उत्केंद्रता के मूल बिन्दु ~~का~~ लंबाई और नाभिलम्ब की लंबाई बताइए।
(i) $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 4x - 28y - 48 = 0$

(ii) $7x^2 - 48xy - 7y^2 + 100x - 20y + 100 = 0$

निम्न लिखित अतिपरवलयों की अक्षों की लंबाई और नाभिलम्ब की लंबाई
अतिपरवलयों का समीकरण भी बताइए।
Find the asymptotes of the following hyperbolas and the equations
of their conjugate hyperbolas.

(i) $8x^2 + 10xy - 3y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$

(ii) $19x^2 + 24xy + y^2 - 22x - 6y = 0$

शक्ति $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के उत्केंद्रता के बिंदु, अक्षों की लंबाई
उत्केंद्रता के मूल बिन्दु का उत्केंद्रता के समीकरण बताइए।
Find the Co-ordinate of Conic centre, Asymptotes & Eq's of conic
referred centre as origin of conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

Find the Co-ordinate of Conic centre, Asymptotes & Eq's of conic referred centre as origin of conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

Part B

1. सिद्ध कीजिए कि शीर्षक $ax^2 + 2hxy + by^2 = d$ की अर्ध अक्षों की लंबाईयाँ क्रमशः $\sqrt{\frac{d}{a+h}}$ तथा $\sqrt{\frac{d}{a-h}}$ होती हैं यदि उनसे संयुक्त समीकरण $x^2 - y^2 = 0$ है।

Prove that the length of the semi axes of the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 = d$ are $\sqrt{\frac{d}{a+h}}$ and $\sqrt{\frac{d}{a-h}}$ respectively and their combined equation is $x^2 - y^2 = 0$

2. परवलय $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ के नाभिलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए। Find the length of the latus rectum of the Parabola $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$

3. शीर्षक $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 1 = 0$ के अक्षों का समीकरण तथा लंबाई ज्ञात कीजिए। Find the length of Axes and Equation of Axes of Conic $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 1 = 0$

4. शीर्षक $8x^2 - 4xy + 5y^2 = 24(x+y)$ के अक्षों की लंबाईयाँ एवं समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the length of Axes & eq^s of Axes of Conic $8x^2 - 4xy + 5y^2 = 24(x+y)$

5. Find the Centre of the conic $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$
 शीर्षक $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ के केंद्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

6. परवलय $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 104x - 172y + 44 = 0$ की अक्ष, शीर्ष, नाभिलम्ब तथा नाभि ज्ञात कीजिए।
 Find the axes, the vertex, the latus rectum and the focus of the Parabola $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 104x - 172y + 44 = 0$

7. सिद्ध कीजिए कि शीर्षक $x^2 - xy + 2y^2 - 2x - 6y + 7 = 0$ के अर्ध अक्षों का गुणोत्तर $\frac{2}{\sqrt{7}}$ है। (5+5) अंकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।
 Prove that the product of the semi axes of conic $x^2 - xy + 2y^2 - 2x - 6y + 7 = 0$ is $\frac{2}{\sqrt{7}}$. Find also the equation of its axes

(7)

Part c

1. शीतल - $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ का अचरखण्ड शीतल

Trace the conic $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ [Ex. 9]

2. शीतल - $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$ का अचरखण्ड

Trace the conic $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$ [Ex. 8]

3. शीतल - $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अचरखण्ड शीतल

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$